

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Казанская государственная академия
ветеринарной медицины имени Н.Э. Баумана»**

ПРОГРАММА

**по вступительному испытанию «Математика и начало математического
анализа», проводимого ФГБОУ ВО Казанская ГАВМ самостоятельно,
при приеме на обучение по программе бакалавриата и программе
специалитета на базе среднего профессионального образования**

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРЕНТОВ

В результате изучения математики на профильном уровне абитуриент должен

знать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;

- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;

- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;

- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;

- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

уметь:

- выполнять арифметические действия; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;

- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;

- выполнять действия с комплексными числами, находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;
- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;

- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;

- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;

- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

- построения и исследования простейших математических моделей;

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

ТЕМАТИКА ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ЗНАНИЙ

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

4. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Действия над ними.

5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

8. Логарифмы, их свойства.

9. Одночлен и многочлен.

10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in N$), $y = k/x$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

16. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

18. Тригонометрические формулы.

19. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
20. Производные основных функций (таблица производных).
21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
22. Табличное и графическое представление данных.
23. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.
24. Элементарные и сложные события.
25. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
26. Примеры преобразования фигур, виды симметрий. Преобразования подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами.
27. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
28. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
28. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
29. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
30. Центральные и вписанные углы.
31. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
32. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
33. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
34. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
35. Параллельность прямой и плоскости.

36. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

37. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. перпендикулярность двух плоскостей.

38. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

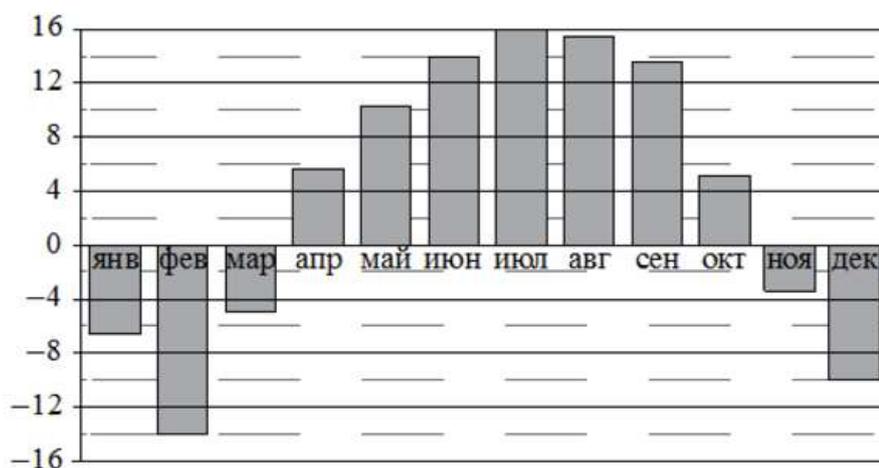
39. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

40. Формулы: площади поверхности и объема призмы, площади поверхности и объема пирамиды, площади поверхности и объема цилиндра, площади поверхности и объема конуса, объема шара, площади сферы.

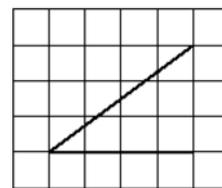
ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ

1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 37 руб. за литр. Клиент получил 75 рублей сдачи. Сколько литров бензина было залито в бак?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура превышала 6 градусов Цельсия.



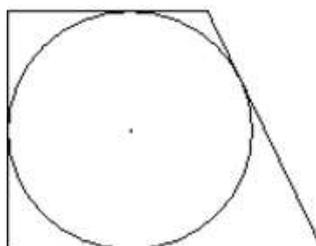
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите синус этого угла.



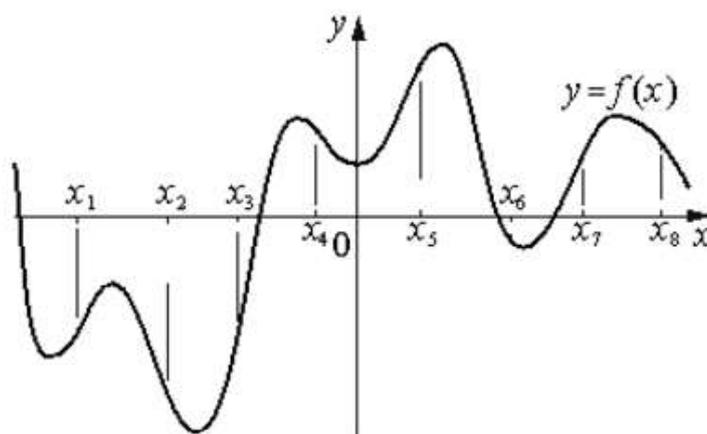
4. Игральный кубик бросают два раза. С какой вероятностью выпавшие числа будут отличаться на 5? Ответ округлите до сотых.

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{24 - 4x} = 4$.

6. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



7. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



8. Найдите объем куба, если при увеличении каждого его ребра на 10, площадь его поверхности увеличилась на 1080.

9. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$.

10. Камень подбрасывают вверх с высоты 21 метра с начальной скоростью 15 м/с. Высота камня над землей изменяется по закону $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h - высота в метрах, h_0 - начальная высота в метрах, v_0 - начальная скорость в метрах в секунду, g - ускорение свободного падения (принять равным 10 м/с²). Сколько секунд камень будет находиться на высоте не меньше одного метра над землей?

11. В сосуд, содержащий 4-процентный раствор некоторого вещества добавили вдвое меньшее количество раствора этого же вещества. Концентрация получившегося раствора составила 10%. Сколько процентов составляла концентрация добавленного раствора?

12. Найдите точку максимума функции $y = x^2 - 32x + 120 \ln x + 2$.

13. Решите уравнение $1 + \log_3(x^4 + 16) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{21x^2 + 18}$.

14. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ косинус угла между прямыми AC_1 и $B_1 C$ равен $1/25$. Найдите площадь поверхности данной призмы, если её высота равна 6.

15. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (4 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 1) \cdot \log_{x+2,5} |x + 0,5| \geq 0, \\ 4^{x+1} + \log_{x+2,5} |x + 0,5| + 1 \leq 5 \cdot 2^x. \end{cases}$$

16. В выпуклом пятиугольнике $ABCDE$ диагонали BE и CE являются биссектрисами неравных углов при вершинах B и C соответственно. Найдите площадь пятиугольника $ABCDE$, если $\angle A = 37^\circ$, $\angle D = 143^\circ$, а площадь треугольника BCE равна 13.

17. Фермер для обработки участка нанял тракториста первого класса на тракторе К-700. Размеры участка 9,5 км х 3,5 км, норма выработки 75 га, стоимость солярки 32 рубля за литр, расход горючего составляет 15 л на 1 га, техническое обслуживание трактора – 5% от зарплаты тракториста. Какую наибольшую оплату за норму нужно положить трактористу, если затраты фермера на обработку участка не должны превышать 4 009 950 рублей, а аренда трактора стоит 600 рублей за га?

18. Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $x^6 + (3a - 3|x| - a^2)^3 + x^2 = 3|x| - 3a + 2^2$ имеет четыре различных решения.

19. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла $x\%$ годовых, тогда как в январе 2001 года она составила $y\%$ годовых, причем известно, что $x + y = 30\%$. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение x при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

20. Назовем натуральное число хорошим, если в нем можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11. Найти наибольшее хорошее число, состоящее из различных нечетных цифр.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. - М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 335 с.

2. Э.Н. Балаян. Тренажер по математике для подготовки к ЕГЭ и олимпиадам. Профильный уровень. 7-11 класс. – М.: Феникс, 2017. – 219 с.

3. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухов. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2021. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2021 года. – Ростов-на-Дону: Легион, 2020. – 400 с.

4. А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьева. Математика: Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ. – М.: АСТ, 2018. – 352 с.