

## ПРОГРАММА

профильного вступительного испытания для поступающих в Казанскую  
ГАВМ (на программы бакалавриата и программы специалитета)  
по МАТЕМАТИКЕ В АГРОБИОЛОГИЧЕСКОМ ПРОФИЛЕ

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ АБИТУРЕНТОВ

В результате изучения математики на профильном уровне абитуриент должен

### **знать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;

- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;

- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;

- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;

- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;

- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;

- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

**уметь:**

- выполнять арифметические действия; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции;

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;

- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;

- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;

- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;

- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;

- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;

- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;

- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;

- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

- построения и исследования простейших математических моделей;

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;

- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

**ТЕМАТИКА ВОПРОСОВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ УРОВНЯ ЗНАНИЙ**

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
4. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Действия над ними.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$ , логарифмической  $y = \log_a x$ , тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y = \sqrt{x}$ .
14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
16. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
18. Тригонометрические формулы.
19. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
20. Производные основных функций (таблица производных).
21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
22. Табличное и графическое представление данных.
23. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.
24. Элементарные и сложные события.
25. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
26. Примеры преобразования фигур, виды симметрий. Преобразования подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами.
27. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
28. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
28. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
29. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
30. Центральные и вписанные углы.
31. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
32. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
33. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

34. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

35. Параллельность прямой и плоскости.

36. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

37. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. перпендикулярность двух плоскостей.

38. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

39. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

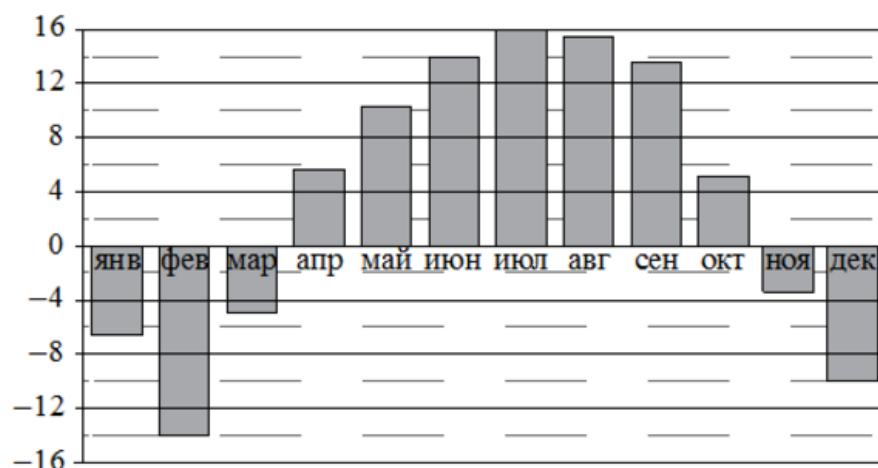
40. Формулы: площади поверхности и объема призмы, площади поверхности и объема пирамиды, площади поверхности и объема цилиндра, площади поверхности и объема конуса, объема шара, площади сферы.

### **ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ**

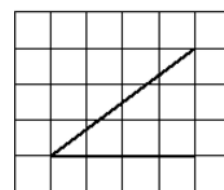
1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 37 руб. за литр. Клиент получил 75 рублей сдачи. Сколько литров бензина было залито в бак?

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме, сколько месяцев среднемесячная температура превышала 6 градусов Цельсия.





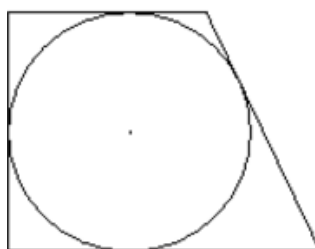
3. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите синус этого угла.



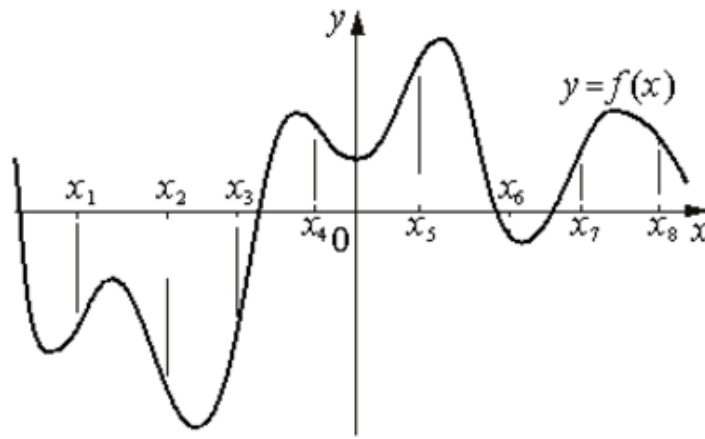
4. Игральный кубик бросают два раза. С какой вероятностью выпавшие числа будут отличаться на 5? Ответ округлите до сотых.

5. Найдите корень уравнения  $\sqrt{24 - 4x} = 4$ .

6. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



7. На рисунке изображён график функции  $y=f(x)$ . На оси абсцисс отмечены восемь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?



8. Найдите объем куба, если при увеличении каждого его ребра на 10, площадь его поверхности увеличилась на 1080.

9. Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$  и  $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ .

10. Камень подбрасывают вверх с высоты 21 метра с начальной скоростью 15 м/с. Высота камня над землей изменяется по закону  $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ , где  $h$  - высота в метрах,  $h_0$  - начальная высота в метрах,  $v_0$  - начальная скорость в метрах в секунду,  $g$  - ускорение свободного падения (принять равным  $10 \text{ м/с}^2$ ). Сколько секунд камень будет находиться на высоте не меньше одного метра над землей?

11. В сосуд, содержащий 4-процентный раствор некоторого вещества добавили вдвое меньшее количество раствора этого же вещества. Концентрация получившегося раствора составила 10%. Сколько процентов составляла концентрация добавленного раствора?

12. Найдите точку максимума функции  $y = x^2 - 32x + 120 \ln x + 2$ .

13. Решите уравнение  $1 + \log_3(x^4 + 16) = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{21x^2 + 18}$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABC A_1 B_1 C_1$  косинус угла между прямыми  $AC_1$  и  $B_1 C$  равен  $1/25$ . Найдите площадь поверхности данной призмы, если её высота равна 6.

15. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} (4 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 1) \cdot \log_{x+2,5} |x + 0,5| \geq 0, \\ 4^{x+1} + \log_{x+2,5} |x + 0,5| + 1 \leq 5 \cdot 2^x. \end{cases}$$

16. В выпуклом пятиугольнике ABCDE диагонали BE и CE являются биссектрисами неравных углов при вершинах B и C соответственно. Найдите площадь пятиугольника ABCDE, если  $\angle A=37^\circ$ ,  $\angle D =143^\circ$ , а площадь треугольника BCE равна 13.

17. Фермер для обработки участка нанял тракториста первого класса на тракторе К-700. Размеры участка 9,5 км x 3,5 км, норма выработки 75 га, стоимость солярки 32 рубля за литр, расход горючего составляет 15 л на 1 га, техническое обслуживание трактора – 5% от зарплаты тракториста. Какую наибольшую оплату за норму нужно положить трактористу, если затраты фермера на обработку участка не должны превышать 4 009 950 рублей, а аренда трактора стоит 600 рублей за га?

18. Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых уравнение  $x^6 + (3a - 3|x| - a^2)^3 + x^2 = 3|x| - 3a + 2^2$  имеет четыре различных решения.

19. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла  $x\%$  годовых, тогда как в январе 2001 года она составила  $y\%$  годовых, причем известно, что  $x + y = 30\%$ . В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение  $x$  при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

20. Назовем натуральное число хорошим, если в нем можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11. Найти наибольшее хорошее число, состоящее из различных нечетных цифр.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. ЕГЭ 2020. Математика. Профильный уровень. - М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 335 с.

2. Э.Н. Балаян. Тренажер по математике для подготовки к ЕГЭ и олимпиадам. Профильный уровень. 7-11 класс. – М.: Феникс, 2017. – 219 с.

3. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухов. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2021. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2021 года. – Ростов-на-Дону: Легион, 2020. – 400 с.

4. А.Г. Мордкович, В.И. Глизбург, Н.Ю. Лаврентьева. Математика: Новый полный справочник для подготовки к ЕГЭ. – М.: АСТ, 2018. – 352 с.